FRANCESCO BICCARI
21/03/2013 IVE

COMPITO IN CLASSE DI MATEMATICA (A)

- ESERCIZIO 1

PER TRASFORMARE LA FUNZIONE $y = \sin x$ NELLA FUNZIONE $y = \frac{1}{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$ DEVO PRIMA APPLICARE UNA DILATAZIONE DI COEFFICIENTI

$\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$ E POI UNA TRASLAZIONE CON VETTORE DI TRASLAZIONE

$\vec{v} = \left(\frac{\pi}{4}; +1\right)$

- ESERCIZIO 2

$$y = 3\sin\left(-2x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$$ USANDO $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$

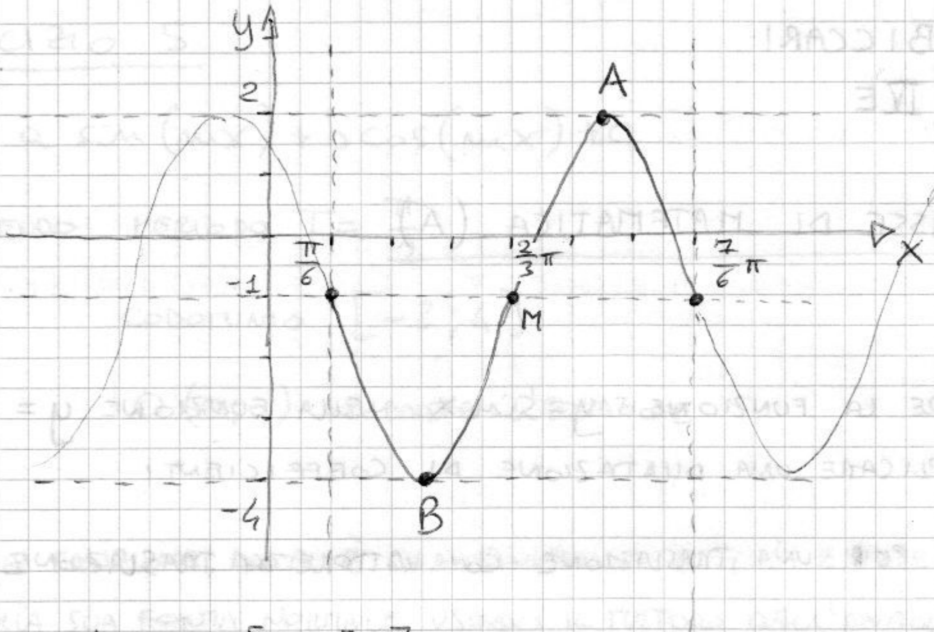
$$= -3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$$

$$= -3\sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right] - 1$$

1. DOMINIO $\equiv \mathbb{R}$
2. CODOMINIO $[-3-1; 3-1] = [-4; 2]$
3. $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$
4. $D = \left(\frac{1}{2}; -3\right)$ DILATAZIONE $\quad \vec{v} = \left(\frac{\pi}{6}; -1\right)$ VETT. TRASLAZIONE
5. SCELTA DELL'INTERVALLO DEL DOMINIO IN CUI GRAFICARE UN PERIODO DELLA FUNZIONE (INTERVALLO $[0; 2\pi]$ DEL $\sin(x)$ TRASFORMATO)

$$\left[0 + \frac{\pi}{6}; \pi + \frac{\pi}{6}\right] = \left[\frac{\pi}{6}; \frac{7}{6}\pi\right]$$

PUNTO MEDIO $M = \left(\left(\frac{\pi}{6} + \frac{7}{6}\pi\right)\frac{1}{2}; -1\right) = \left(\frac{2}{3}\pi; -1\right)$



MASSIMO A IN $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{7}{6}\pi\right]$:

$$X_A = \left(\frac{7}{6}\pi + \frac{4}{6}\pi\right)\frac{1}{2} = \frac{11}{12}\pi$$

MINIMO B IN $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{7}{6}\pi\right]$:

$$X_B = \left(\frac{\pi}{6} + \frac{4}{6}\pi\right)\frac{1}{2} = \frac{5}{12}\pi$$

ALL'INTERNO DELL'INTERVALLO SCELTO ABBIAMO PRIMA UN MINIMO E POI UN MASSIMO A CAUSA DEL SEGNO MENO DAVANTI AL SENO.

I MASSIMI VENGONO ASSUNTI IN $X_{MAX} = \frac{11}{12}\pi + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

I MINIMI VENGONO ASSUNTI IN $X_{MIN} = \frac{5}{12}\pi + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

ESERCIZIO 3a

$$y = 3\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{2}$$

QUESTA È UNA SINUSOIDE, SCRIVERLA SOTTO FORMA DI SENO È INUTILE PERCHÉ LE QUANTITÀ RICHIESTE POSSONO ESSERE RICAVATE ANCHE IN QUESTA FORMA

DOMINIO $\equiv \mathbb{R}$

CODOMINIO $\left[-3-\sqrt{2}; 3-\sqrt{2}\right]$

PERIODO $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$

AMPIEZZA $A = 3$

ESERCIZIO 3b

$$y = 2\sqrt{2}\, \sin^2(x) + 2\sqrt{2}\, \sin(x)\cos(x) - \sqrt{2}$$

QUESTA È UNA SINUSOIDE CHE VA RIPORTATA IN FORMA NORMALE PER CONOSCERE LE QUANTITÀ RICHIESTE. USANDO FORMULE BISEZ. E DUPL.:

$$y = \cancel{2}\sqrt{2}\left(\frac{1-\cos(2x)}{\cancel{2}}\right) + \sqrt{2}\, \sin(2x) - \sqrt{2}$$

$$= \cancel{\sqrt{2}} - \sqrt{2}\cos(2x) + \sqrt{2}\sin(2x) - \cancel{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{2}\sin(2x) - \sqrt{2}\cos(2x)$$

USANDO IL METODO DELL'ANGOLO AGGIUNTO

$$= A\sin(2x+\varphi) + c$$

DOVE $A = \sqrt{2+2} = 2$

$c = 0$

$$\left.\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \operatorname{sen}\varphi &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}\right\}$$ PER LE RICHIESTE DEL PROBLEMA NON CI SERVE TROVARE φ (CHE COMUNQUE È $\frac{7}{4}\pi$)

DOMINIO $\equiv \mathbb{R}$

CODOMINIO $[-2;2]$

PERIODO $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$

AMPIEZZA $A = 2$

ESERCIZIO 4

DAL GRAFICO SI VEDE CHIARAMENTE CHE IL CODOMINIO È $[-4;2]$. PERTANTO L'AMPIEZZA È $A = \frac{2-(-4)}{2} = 3$

E IL TERMINE NOTO È $c = \frac{2-4}{2} = -1$.

LA DISTANZA FRA DUE MASSIMI CONSECUTIVI PUÒ ESSERE INVECE USATA PER CALCOLARE FACILMENTE IL PERIODO $T = 3\pi - (-\pi) = 4\pi$

- ESERCIZIO 5

$$y = a \sin(mx) + b\cos(mx) + c$$

SAPENDO PERIODO $T = \frac{\pi}{2}$

CODOMINIO $[-2;4]$

$O(0;0)$ SODDISFA L'EQUAZIONE

- LA FUNZIONE DATA È UNA SINUSOIDE E PUÒ ESSERE RICONDOTTA ALLA SUA FORMA NORMALE USANDO IL METODO DELL'ANGOLO AGGIUNTO

$$y = A \sin(mx + \varphi) + c$$

DOVE $A = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\cos\varphi = \frac{a}{A} \quad \text{sen}\,\varphi = \frac{b}{A}$$

DATO CHE $T = \frac{2\pi}{m} = \frac{\pi}{2}$ SI HA $\boxed{m = 4}$

DATO CHE IL CODOMINIO È $[-2;4]$ SI HA CHE

$$A = \frac{4-(-2)}{2} = 3 \qquad c = \frac{4-2}{2} = 1 \qquad \boxed{c = 1}$$

DATO CHE L'ORIGINE APPARTIENE AL GRAFICO

$$0 = a\sin(0) + b\cos(0) + c$$
$$0 = b + c$$
$$b = -c \Rightarrow \boxed{b = -1}$$

INFINE USANDO L'AMPIEZZA TROVATA

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$3 = \sqrt{a^2 + 1}$$
$$a^2 = 8$$
$$\boxed{a = \pm 2\sqrt{2}}$$

RICAPITOLANDO

$m = 4$

$c = 1$

$b = -1$

$a = \pm 2\sqrt{2}$